PREGUNTA 3 **(4 puntos)**

Considere las curvas $C_1: \rho = 2\sqrt{1+\sin(2\theta)}$ y $C_2: \rho = \sqrt{2}$. Sea R la región interior a C_1 y exterior a C_2. Halle el perímetro de R.

PREGUNTA 4 **(6 puntos)**

Designemos por $X = X(t)$ al producto nacional, por $K = K(t)$ al stock de capital, y por $L = L(t)$ al número de obreros de un país en el instante t. Supongamos que para $t \geq 0$:

$$X = AK^{1-\alpha}L^{\alpha}$$
$$\dot{K} = sX$$
$$L = L_0 e^{\lambda t}$$

donde A, α, s, L_0 y λ son constantes positivas, con $0 < \alpha < 1$. Deduzca de esas ecuaciones una única ecuación diferencial que determine $K = K(t)$ y halle la solución cuando $K(0) = K_0 > 0$.

$L = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{\rho + [illegible]^2}$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA, ESTADÍSTICA Y CIENCIAS SOCIALES
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ECONÓMICA

EXAMEN FINAL
CÁLCULO INTEGRAL

Nota sobre 20

PROFESORA : ROSA FABIOLA JABO BERECHE
SEMESTRE : 2023-2
FECHA : 13 DE DICIEMBRE DE 2023
DURACIÓN DE LA PRUEBA : 120 MINUTOS

Indicaciones
El examen debe ser resuelto de forma individual, sin apuntes, sin libros y sin ningún dispositivo electrónico.

PREGUNTA 1 **(4 puntos)**

Haga un estudio acucioso de la siguiente integral. Analice su convergencia

$$\int_1^3 \frac{x|\ln(x-1)|}{\sqrt[3]{x^2-7x+12}}\,dx.$$

PREGUNTA 2 **(6 puntos)**

Instrumentos de renta variable (Modelo de Gordon):
Una acción puede ser valorizada según el dividendo que genere. Si asumimos que alguna acción adquirida hoy reparte un dividendo D que crecerá a una tasa constante g cada período, el valor actual de dicho instrumento es:

$$P = D + D\frac{(1+g)}{1+r} + D\frac{(1+g)^2}{(1+r)^2} + D\frac{(1+g)^3}{(1+r)^3} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} D\frac{(1+g)^n}{(1+r)^n}$$

a) ¿Qué condiciones deben cumplir g y r para que el precio de la acción sea una serie convergente?

b) Demuestre que, dado su razonamiento en a), $P = D\dfrac{(1+r)}{(r-g)}$.

c) Considere la siguiente versión del caso anterior:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} D\frac{e^{ng}}{e^{nr}}$$

Mediante el criterio de la integral determine las condiciones que deben cumplirse para que P sea convergente. Compare sus resultados con los obtenidos en a).